

УДК 519.21(075.8)

ББК 22.171я73

T915

Рецензенты:

проф. *В. М. Круглов* (факультет вычислительной математики и кибернетики
МГУ им. М. В. Ломоносова);

д-р физ.-мат. наук, проф. *Е. С. Половинкин* (зав. кафедрой высшей
математики МФТИ);

канд. физ.-мат. наук, доц. *С. В. Резниченко* (МФТИ);

канд. физ.-мат. наук, доц. *В. Ф. Матвеев* (Государственный университет
Высшая школа экономики)

Тутубалин В. Н.

T915 Теория вероятностей : учеб. пособие для высш. учеб. заведений / В. Н. Тутубалин. — М. : Издательский центр «Академия», 2008. — 368 с. — (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика).

ISBN 978-5-7695-4200-8

В учебном пособии излагается основное математическое содержание теории вероятностей и даются разнообразные примеры ее применения, в том числе основные приемы статистической обработки наблюдений. Понятия меры и интеграла Лебега в книге не используются. Предполагается знание курса математического анализа, включая функции нескольких переменных, и основ линейной алгебры из школьной программы.

Для студентов высших учебных заведений. Может быть полезно аспирантам и преподавателям.

УДК 519.21(075.8)

ББК 22.171я73

Оригинал-макет данного издания является собственностью Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом без согласия правообладателя запрещается

© Тутубалин В. Н., 2008

© Образовательно-издательский центр «Академия», 2008

ISBN 978-5-7695-4200-8 © Оформление. Издательский центр «Академия», 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Условные обозначения	3
Предисловие	5
Методические замечания для преподавателей	7

ЧАСТЬ I. ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Глава 1. Элементарные понятия теории вероятностей	12
1.1. Явления, к которым применима теория вероятностей	12
1.2. Основные математические определения	17
1.3. Классическая вероятность	22
1.4. Проверка статистических гипотез	29
Глава 2. Основы «исчисления вероятностей»	38
2.1. Операции над событиями	38
2.2. Условная вероятность	45
2.3. Независимость событий	54
Глава 3. Случайные величины и закон больших чисел	64
3.1. Понятие случайной величины	64
3.2. Совместное распределение нескольких случайных величин	73
3.3. Независимость случайных величин и закон больших чисел	83
3.4. Практические применения закона больших чисел	91
Глава 4. Закон Пуассона	106
4.1. Простейший вариант теоремы Пуассона	106
4.2. Композиция законов Пуассона	113
4.3. Метод характеристических функций и обобщенная теорема Пуассона	115
4.4. Мощность статистического критерия	122

ЧАСТЬ II. НЕПРЕРЫВНЫЕ МОДЕЛИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Глава 5. Непрерывные распределения вероятностей	132
5.1. Основные представления о числовом континууме, длине и мере	132

5.2. Понятие об аксиоматике Колмогорова	137
5.3. Распределения вероятностей случайных величин	142
5.4. Многомерные распределения вероятностей	153
5.5. Понятие математического ожидания	162
Глава 6. Центральная предельная теорема	174
6.1. Введение и постановка задачи	174
6.2. Метод характеристических функций	183
6.3. Варианты формулировки центральной предельной теоремы	194
Глава 7. Применения центральной предельной теоремы	209
7.1. Применения теоремы Муавра — Лапласа	209
7.1.1. Введение	209
7.1.2. Понятие доверительного интервала	209
7.1.3. Преобразование арксинуса	213
7.1.4. Проверка гипотез о вероятности успеха	215
7.1.5. Предельный уровень значимости, или p -значение	217
7.1.6. Сравнение частот успеха в двух или нескольких сериях испытаний Бернулли	221
7.2. Статистическая обработка выборок	226
7.2.1. Понятие выборки	226
7.2.2. Доверительный интервал для математического ожидания	227
7.2.3. Применение к обработке результатов измерений	229
7.2.4. Эмпирическая функция распределения	230
7.2.5. Нормальный масштаб	233
7.2.6. Критерии типа Колмогорова — Смирнова	235
7.3. Примеры обработки реальных данных	239
7.3.1. Исследование частоты рождаемости мальчиков и девочек	239
7.3.2. Обработка экспериментальных данных	243
7.3.3. Общие замечания	251
Глава 8. Метод наименьших квадратов	254
8.1. Постановка задачи и линейная математическая модель	254
8.2. Решение задачи оценивания параметров	260
8.3. Точность решения задачи оценки параметров	264
8.3.1. Предварительные теоретические соображения	264
8.3.2. Распределение хи-квадрат и оценка дисперсии ошибок наблюдений	265
8.3.3. Распределение Стьюдента и оценка ошибок определения отдельных параметров	271
8.3.4. Распределение Фишера и доверительная область для вектора значений параметров	274

8.4. Основные случаи применения метода наименьших квадратов	275
8.4.1. Выборка	275
8.4.2. Сравнение двух или нескольких выборок	277
8.4.3. Сравнение частот в нескольких сериях испытаний Бернулли	279
8.4.4. Сглаживание эмпирических зависимостей: линейная регрессия	285
8.4.5. Метод наименьших квадратов и эксперимент в технике	297
8.4.6. Метод наименьших квадратов и экономика	302
8.4.7. Многомерная регрессия	308
Глава 9. Стохастическая зависимость	316
9.1. Условная вероятность как случайная величина. Условное математическое ожидание	316
9.2. Дополнительные формулы исчисления	323
9.3. Общее понятие условного математического ожидания	331
9.4. Корреляционная теория и многомерное нормальное распределение	338
9.4.1. Основные определения и постановка задачи	338
9.4.2. Свойства многомерного нормального распределения	340
9.4.3. Условные распределения и условные математические ожидания в случае многомерного нормального распределения	344
Список литературы	353
Предметный указатель	354